DSPA, 2000, V.1, pp.162-166.

ВАРИАЦИЯ ИСХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ В ЗАДАЧАХ СИНТЕЗА ЦИФРОВЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ С КОНЕЧНОЙ ДЛИНОЙ СЛОВА КОЭФФИЦИЕНТОВ

Мингазин А.Т.

РАДИС Лтд.
Россия, 107005, Москва, ул. Радио, 12/2,
тел. 535-04-73, факс. 267-45-39, e-mail: alexmin@orc.ru

Реферат. Метод вариации исходных параметров распространен на синтез цифровых КИХ-фильтров с конечной длиной слова коэффициентов. Эффективность метода подтверждена на конкретных примерах синтеза фильтров с минимальным полным числом сумматоров в структурах без умножителей или с оптимальными в минимаксном смысле АЧХ при заданной длине слова.

Привлекательность использования вариации исходных параметров (ВИП) для синтеза цифровых фильтров с конечной длиной слова коэффициентов обусловлена малой размерностью задач оптимизации, не зависящей от порядка передаточной функции, и независимостью базового алгоритма от вида целевой функции. Эффективность ВИП-алгоритмов подтверждена на примерах синтеза БИХ-фильтров каскадной структуры [1-3] и структуры на основе параллельного соединения двух фазовых цепей [4]. Возможности ВИП в задачах синтеза КИХ-фильтров фактически не изучены. Так, в [5] техника ВИП применена лишь для минимизации статистической длины слова коэффициентов, а в [6] получены отрицательные результаты по ее использованию для синтеза с заданной длиной слова. В данной работе показано, что применительно к синтезу КИХ-фильтров с линейными фазо-частотными характеристиками техника ВИП дает превосходные ршения как с минимальным полным числом сумматоров в структурах без умножителей, так и с оптимальными в минимаксном смысле АЧХ при заданной длине слова коэффициентов.

Метод ВИП для синтеза цифровых КИХ-фильтров. Вектор коэффициентов КИХ-фильтров $\mathbf{h}=(h_0, h_1, \ldots, h_{N-1})$ представим как некоторую вектор-функцию вектора исходных параметров $\mathbf{p}$, т.е.

$$\mathbf{h}=\mathbf{F}(\mathbf{p}).$$

Для расчета $\mathbf{h}$ используем метод взвешивания [7]. В этом случае вид этой функции будет зависеть от типа идеального фильтра и используемой весовой функции (окна). Можно показать, что для фильтров со стандартными требованиями при N=const вектор параметров

$$\mathbf{p}=(p_1, p_2, p_3, p_4)=(\Delta f, \beta, A, f_0),$$

где Δf полоса пропускания идеального фильтра, f_0 - центральная частота (для фильтров нижних и верхних частот f_0=0), β-параметр используемого окна (для некоторых окон этот параметр фиксирован или отсутствует) и A - масштабный множитель, изменение которого приводит к пропорциональному изменению коэффициента передачи фильтра.

Для расчета $\mathbf{h}$ КИХ-фильтров Найквиста используем фукнцию типа приподнятый косинус [8]. В этом случае

$$\mathbf{p}=(p_1, p_2)=(\alpha, A),$$

где α - коэффициент расширения полосы.

Синтез частотных КИХ-фильтров с помощью ВИП заключается в нахождении такого вектора исходных параметров $\mathbf{p} \in S(\mathbf{p})$, который приводит к оптимальной или допустимой (по выбранному критерию) АЧХ после квантования (округления) непрерывных коэффициентов с шагом $q=2^{-M}$. Здесь M - длина слова дробной части коэффициентов в их двоичном представлении. Полная длина слова B=M + знаковый бит + биты целой части. Для фильтров Найквиста, кроме того, требуется импульсная характеристика с определенными свойствами [8].

Можно выдвинуть дополнительные требования, а именно, число ненулевых бит в знако-разрядных кодах коэффициентов K ограничено (задача с неравномерным распределения области допустимых дискретных значений коэффициентов) или их полное число минимально или полное число сумматоров Σ (все структурные сумматоры + сумматоры, заменяющие умножители) минимально. Поиск таких решений обычно выполняется для ряда значений N и M.

Ниже представлены примеры синтеза частотных КИХ-фильтров с помощью метода ВИП, в которых использовались стратегии поиска решений, подобные описанным в [2-4] для БИХ-фильтров. Во всех этих стратегиях учитывается тот факт, что на данном интервале изменения того или иного компонента вектора **p** имеется лишь конечное число решений с квантованными коэффициентами. Важно в процессе поиска не пропустить ни одного из них и выбрать приемлемое решение. Это, в частности, отличает ВИП-алгоритмы [2-4] от описанных в [1,6].

Пример 1. Требования МККТТ к АЧХ фильтра нижних частот канала с ИКМ следующие: неравномерности в полосах пропускания (F_i, i=1,2,3) от f=0 до 2.4 кГц: $\leq$ 0.4 дБ, от 2.4 до 3 кГц: $\leq$ 0.7 дБ, от 3 до 3.4 кГц: $\leq$ 1.1 дБ, ослабление в полосе задерживания (F_4) от f=4.6 кГц до 16 кГц: $\geq$ 30.2 дБ. Все уровни отсчитываются относительно максимума АЧХ фильтра, принятого за +0.2 дБ. Частота дискретизации $f_д$ =32 кГц.

Задачу синтеза сформулируем следующим образом. Требуется найти решения с максимальной ошибкой вида

$$\tilde{e} = \max_i \frac{\tilde{\delta}_i}{\delta_{i\max}} \leq 1, \quad i = 1,2,3,4,$$

где $\tilde{\delta}_i$ - относительный уровень пульсаций АЧХ в полосе F_i, а $\delta_{i\max}$ - его допустимое значение, $\tilde{\delta}_i = 1 - \min\limits_{f \in F_i} \{\tilde{H}(f,\mathbf{p})\} / \tilde{H}_m$, i=1,2,3, $\tilde{\delta}_4 = \max\limits_{f \in F_4} \{\tilde{H}(f,\mathbf{p})\} / \tilde{H}_m$, $\tilde{H}_m = \max\limits_{0 \leq f \leq 0.5} \tilde{H}(f,\mathbf{p})$, $\tilde{H}(f,\mathbf{p})$ - АЧХ фильтра, $\mathbf{p} \in S(\mathbf{p})$, **p**=($\Delta f, \beta, A$), знак ~ означает соответствие параметров квантованным коэффициентам.

Частоты нормированы относительно $f_д$ и оценка $\tilde{e}$ выполняется на дискретном наборе частот.

В табл.1 представлены координаты в области $S(\Delta f, \beta, A)$ для некоторых решений поставленной задачи полученных предложенным методом ВИП. Использовались окно Кайзера (ОК) и обобщенное окно Хэмминга (ООХ).

Таблица 1.

Вариант	$S(\Delta f, \beta, A)$	e
1	S(0.1220, 2.40, 1.000000), ОК	1.089
2	S(0.1230, 2.40, 0.937277), ОК	1.166
3	S(0.1230, 2.40, 1.151283), ОК S(0.1230, 0.77, 1.170000), ООХ	1.166 0.984
4	S(0.1230, 2.40, 1.181975), ОК	1.166
5	S(0.1230, 2.40, 1.253962), ОК S(0.1230, 0.76, 1.255364), ООХ	1.166 1.131
6	S(0.1230, 2.10, 1.644463), ОК	1.006
7	S(0.1225, 0.76, 1.226189), ООХ	0.957
8	S(0.1220, 1.90, 1.609016), ОК	1.327

Для функции ОК параметр β соответствует записи функции в [7]. В табл.1 приведены также значения ошибки e для непрерывных коэффициентов.

Параметры полученных решений с квантованными коэффициентами, соответствующие координатам табл.1, представлены в табл.2. Там же показаны параметры решений из [6,9], для которых расчеты $\tilde{e}$, $\tilde{H}_m$ и Σ выполнены автором данной работы. В [6] синтез фильтров проводился с заданной длиной слова коэффициентов, а в [9] с ограничением на число ненулевых бит. Алгоритмы целочисленного программирования позволяют получить допустимые решение при N=38 [6] и при N=36 [9], тогда как ВИП-алгоритм, описанный в [6], - только при N=45 (см. табл.2). Интересно, что в случае с непрерывными коэффициентами требования к АЧХ удовлетворяются при $N = N_{min} = 35$ [6].

Таблица 2.

Вариант	N	M	B	K	$\tilde{e}$	$\tilde{H}_m$, дБ	Σ
1 или [6]	38	5	7	3	0.974	12.67	37+9-4=42
2	38	5	6	2	1.023	12.04	37+9-4=42
3	38	5	7	3	1.000	13.84	37+10-2=45
4	38	5	7	3	0.975	14.14	37+9-2=44
5	38	5	7	2	0.990	14.63	37+5-2=40
6	38	5	7	3	0.803	16.91	37+14-2=49
7	38	5	7	3	0.998	14.34	37+9-2=44
8	37	5	7	4	1.002	16.60	36+10=46
[6]	45	5	7	3	1.011	12.17	44+8-10=42
[9]	36	7	9	2	0.958	14.50	35+12=47

Как видно из табл.2 некоторые параметры, полученные предложенным методом ВИП, лучше, чем параметры решений из [6,9]. Лучшим по параметру Σ является вар.5, для которого

$$
\begin{array}{lll}
h_0 = \ \ 0.03125 = h_{37} & h_6 = -0.03125 = h_{31} & h_{12} = -0.21875 = h_{25} \\
h_1 = \ \ 0.03125 = h_{36} & h_7 = \ \ 0.06250 = h_{30} & h_{13} = -0.25000 = h_{24} \\
h_2 = \ \ 0.00000 = h_{35} & h_8 = \ \ 0.12500 = h_{29} & h_{14} = -0.12500 = h_{23} \\
h_3 = -0.03125 = h_{34} & h_9 = \ \ 0.12500 = h_{28} & h_{15} = \ \ 0.18750 = h_{22} \\
h_4 = -0.06250 = h_{33} & h_{10} = \ \ 0.03125 = h_{27} & h_{16} = \ \ 0.62500 = h_{21} \\
h_5 = -0.06250 = h_{32} & h_{11} = -0.09375 = h_{26} & h_{17} = \ \ 1.00000 = h_{20} \\
 & & h_{18} = \ \ 1.25000 = h_{19}.
\end{array}
$$

Расчет полного числа сумматоров Σ в табл.2 необходимо пояснить. Например, для вар.5 число 37 - количество структурных сумматоров, равное N-1, число 5 - количество сумматоров, заменяющих все умножители, и число 2 - количество коэффициентов равных нулю. Заметим, что максимум АЧХ $\tilde{H}_m$ можно уменьшить путем умножения всех h_i на масштабный множитель, равный степени числа два, или размещением его на входе фильтра. Так, если множитель равен 2^{-2}, то для вар.5 получим $\tilde{H}_m$ = 14.62-12.04=2.58 дБ.

Пример 2. Требуется минимизировать максимальную ошибку вида

$$\tilde{e} = \max_f W(f)\left|D(f) - \tilde{H}(f,\mathbf{p})\right|$$

при условиях

$$
\begin{array}{l}
D(f) = 1, \quad W(f) = 1, \quad 0 \le f \le 0.2, \\
D(f) = 0, \quad W(f) = 1, \quad 0.25 \le f \le 0.5, \\
\mathbf{p} \in S(\mathbf{p}), \quad \mathbf{p} = (\Delta f, \beta, A), \ N = 40, \ M = 9,
\end{array}
$$

где $D(f)$ - желаемая АЧХ фильтра нижних частот, а $W(f)$ - весовая функция. Предполагается, что перед квантованием вектор **h** нормируется относительно среднего коэффициента передачи фильтра в полосе пропускания и оценка $\tilde{e}$ выполняется на дискретном наборе частот. Ниже приведены решения, полученные с помощью предложенного метода ВИП при использовании двух типов функций окна.

Для окна Кайзера: S($\Delta f, \beta, A$)=S(0.225701, 2.730263, 1.000750), $\tilde{e}$ =0.01500 и

$$\begin{array}{llll}
\hat{h}_0 = \ \ 1 = \hat{h}_{39} & \hat{h}_5 = \ \ 6 = \hat{h}_{34} & \hat{h}_{10} = \ \ 10 = \hat{h}_{29} & \hat{h}_{15} = \ \ 3 \ \ = \hat{h}_{24} \\
\hat{h}_1 = \ \ 3 = \hat{h}_{38} & \hat{h}_6 = \ \ 2 = \hat{h}_{33} & \hat{h}_{11} = -8 \ \ = \hat{h}_{28} & \hat{h}_{16} = -44 \ \ = \hat{h}_{23} \\
\hat{h}_2 = -1 = \hat{h}_{37} & \hat{h}_7 = -7 = \hat{h}_{32} & \hat{h}_{12} = -17 = \hat{h}_{27} & \hat{h}_{17} = -25 \ \ = \hat{h}_{22} \\
\hat{h}_3 = -4 = \hat{h}_{36} & \hat{h}_8 = -5 = \hat{h}_{31} & \hat{h}_{13} = \ \ 5 \ \ = \hat{h}_{26} & \hat{h}_{18} = \ 91 \ \ = \hat{h}_{21} \\
\hat{h}_4 = \ \ 0 = \hat{h}_{35} & \hat{h}_9 = \ \ 8 = \hat{h}_{30} & \hat{h}_{14} = \ \ 27 = \hat{h}_{25} & \hat{h}_{19} = \ 212 \ = \hat{h}_{20}.
\end{array}$$

Для обобщенного окна Хэмминга: S($\Delta f, \beta, A$)=S(0.225238, 0.710764, 0.998469), $\tilde{e}$ =0.01657, а все $\hat{h}_i$, за исключением $\hat{h}_0 = \hat{h}_{39}$ =2, $\hat{h}_{16} = \hat{h}_{23}$ =-43, $\hat{h}_{18} = \hat{h}_{21}$ =92, совпадают с приведенными. Реальные коэффициенты, которым соответствуют указанные значения $\tilde{e}$, равны $h_i = \hat{h}_i 2^{-9}$. Применение общецелевого алгоритма целочисленного программирования приводит к $\tilde{e}$ =0.01719 [10], а - алгоритма, основанного на имитации процесса отжига, к $\tilde{e}$ =0.01408 [11]. Как видно предложенный метод ВИП дает соизмеримые значения $\tilde{e}$.

Пример 3. Для фильтра нижних частот с F_1: (0, 0.15), F_2 :(0.25, 0.5) и N=25 метод [12] приводит к нормированному максимальному уровню пульсаций АЧХ -44.09 дБ и суммарному числу ненулевых бит в коэффициентах 21. Это решение лучше существующих и его можно получить предложенным ВИП методом. Решение: окно Кайзера, N=25, M=8, S($\Delta f, \beta, A$)=S(0.2, 3.74, 1), а коэффициенты h_i совпадают с приведенными в [12] при умножении их на 2.

Заключение. В данной работе метод вариации исходных параметров распространен на синтез КИХ-фильтров с конечной длиной слова коэффициентов. Предложенный подход позволяет найти эквивалентные или улучшенные решения конкретных задач в сравнении с существующими решениями, полученными алгоритмами целочисленного программирования. Результаты работы ставят под сомнение известное утверждение: простое округление значительно уступает алгоритмам целочисленного программирования в случае неравномерного распределения области допустимых дискретных значений коэффициентов.

Литература

1. Dehner G. On the design Cauer filters with coefficients of limited wordlength// AEÜ. 1975. V.26. №4. P. 165-168.
2. Мингазин А.Т. Метод синтеза цифровых фильтров с коэффициентами конечной разрядности// Электросвязь. 1983. №7. С. 49-53.
3. Мингазин А.Т. Синтез рекурсивных цифровых фильтров при ограниченной разрядности коэффициентов// Электросвязь. 1987. №9. С. 58-62.
4. Мингазин А.Т. Синтез цифровых фильтров на основе фазовых цепей с конечной длиной слова коэффициентов. - 2-я международная конференция ‘Цифровая обработка сигналов и ее применения’ (DSPA-99).- М.: Т.1. С.112-116.
5. Grenez F. Design of FIR linear phase digital filters to minimise the statistical word length of the coefficients// Electron. Circuits and Syst. 1977. Sept. P. 181-185.
6. Lim Y. C., Parker S. R., Constantinides A. G. Finite word length FIR filter design using integer programming over a discrete coefficient space// IEEE Trans. 1982. ASSP-30. № 4. P. 661-664.
7. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов.-М.: Мир, 1978.-848с.
8. Беллами Дж. Цифровая телефония.-М.: Радио и связь, 1986.-544с.
9. Lim Y.C., Parker S. R. FIR filter design over a discrete powers-of-two coefficient space// IEEE Trans. 1983. ASSP-31. №.3. P. 583-591.
10. Kodek D. Design of optimal finite wordlength FIR digital filters using integer programming techniques// IEEE Trans. 1980. ASSP-28. № 3. P. 304-308.
11. Benvenuto N., Marchesi M. Digital filters design by simulated annealing// IEEE Trans. 1989. CAS-36. № 3. P.459-460.
12. Ciloglu T. Design of FIR filters for low implementation complexity// Electron. Lett. 1999. V. 35. № 7. P. 529-530.